



Este apartado forma parte del libro:

## ***Innovaciones metodológicas para la investigación educativa***

*Ricardo López León  
Javier Treviño Rangel  
(Coordinadores)*



editorial.uaa.mx



libros.uaa.mx



revistas.uaa.mx



libreriavirtual.uaa.mx

**Número de edición:** Primera edición electrónica

**Editorial(es):**

- Universidad Autónoma de Aguascalientes

**País:** México

**Año:** 2026

**Extensión:** 158 pp.

**Formato:** PDF

**ISBN:** 978-968-9752-20-2

**DOI:**

<https://doi.org/10.33064/UAA/978-968-9752-20-2>

**Licencia CC:**



**Disponible en:**

<https://libros.uaa.mx/uaa/catalog/book/380>

# Modelos de reflexión para investigar y favorecer la formación docente en matemáticas

*David Alfonso Páez<sup>1</sup>*  
*Lilia Patricia Aké Tec<sup>2</sup>*

## **Introducción**

La investigación científica tiene el propósito de contribuir a la solución de problemas o interrogantes a través de la obtención de nuevo conocimiento científico (Cohen et al., 2007; Schoenfeld, 2008; Stake, 1999), lo cual le demanda al investigador emplear métodos y herramientas para recolectar información, cualitativa o cuantitativa, para su posterior análisis y obtención de resultados (Álvarez, 2003; Miles et al., 2014; Vasilachis, 2006). En el contexto de la Educación Matemática, la investigación tiene como objeto de estudio y, a su vez, como medio de solución, la formación y el desarrollo profesional del docente de matemáticas,

---

1 Departamento de Educación, Universidad Autónoma de Aguascalientes.

2 Universidad Autónoma de Querétaro.

de manera que impacte realmente en la calidad de la educación escolar. Llinares (2018) menciona que:

El conocimiento generado por la investigación puede aportar referencias que nos ayuden a comprender mejor los procesos sociales y cognitivos que se vinculan al aprendizaje del conocimiento necesario para enseñar, al desarrollo de las diferentes competencias docentes y a los procesos de desarrollo profesional (capacitación). (p. 60)

En este contexto, además de hacer investigación, hay que consumirla y utilizarla de modo pertinente en la formación de los profesores de matemáticas; sin embargo, los resultados de las investigaciones no han logrado penetrar de manera importante en la acción docente y, con ello, incidir en el salón de clases. Esto se debe a la falta de métodos de investigación idóneos para hacer trabajo directo con los profesores. De acuerdo con Ávila (2013), los profesores que enseñan matemáticas cuentan con una preparación limitada para enfrentar los retos que la sociedad moderna exige, y las estrategias de investigación utilizadas hasta el momento, tanto en la formación inicial y continua, no han dado los resultados esperados en la práctica. Esto, aun cuando a nivel internacional y en las últimas décadas las investigaciones relacionadas con la formación y el desarrollo profesional del docente en matemáticas han sido sostenidas, abordando temas como su conocimiento matemático, didáctico, sobre el uso de las tecnologías en el aula y la forma en la que adquiere tales conocimientos, así como sus creencias, emociones y actitudes (Da Ponte y Chapman, 2016; Godino et al., 2018).

Lo anterior muestra la necesidad de propuestas que estén fundamentadas desde la ciencia. La investigación sobre la formación y desarrollo docente debe ser vista desde una perspectiva pedagógica y, a partir del ejercicio, generar espacios para la construcción del conocimiento con los profesores (Imbernón, 2007), de tal forma que produzca conocimiento científico y "... gener[e] una transformación profunda en aquello que ha investigado a fin de reformar las estructuras sociales" (Ceballos, 2009, p. 24).

Es necesario desarrollar agendas de investigación centradas en el aprendizaje de los docentes de matemáticas, sobre los contextos formativos y sobre la práctica. Solo en la medida que comprendamos la práctica y los procesos de

aprendizaje y desarrollo profesional de los docentes de matemáticas, estaremos en mejores condiciones de adoptar decisiones en los programas de formación (inicial y continua) que estén fundamentadas en el conocimiento generado por la investigación. (Llinares, 2018, pp. 59-60).

Para ello, se deben implementar métodos y herramientas puntuales caracterizadas por impactar en la formación docente. Una manera de hacerlo es mediante trabajo directo con los profesores de matemáticas (Jaworski, 2006), donde ellos estén dispuestos a investigar sobre su práctica docente. De acuerdo con Dewey (1989), los maestros dispuestos a indagar y reflexionar sobre su quehacer son fuente de inspiración para sus estudiantes; por su parte, Adler et al. (2005) afirman que involucrar al profesor en actividades de investigación de tipo colaborativo puede ser un factor crucial que le permita efectuar una mejor enseñanza. Una forma de involucrarlo es apoyándolo a reflexionar de manera crítica y sistemática sobre su quehacer docente, pues solo así estará en condiciones de transformar su práctica desde la investigación, esto es, “de construir significados y comprender las situaciones que surgen de su propia experiencia, maximizando así los beneficios obtenidos” (González, Barba, et al., 2015, p. 147).

En el campo de la investigación cualitativa, los trabajos de colaboración con profesores de matemáticas tienen el objetivo de favorecer la práctica docente, pero su función principal es ser un método o medio que el investigador cualitativo implementa en el trabajo de campo, para recolectar datos sobre la formación docente (Jaworski, 2006). Estas propuestas se caracterizan principalmente por estar fundamentadas en la investigación-acción, para crear un ambiente adecuado con la finalidad de aprender, reflexionar y profundizar sobre sus acciones docentes e incidir en el aprendizaje de los estudiantes (Roig, 2009). La investigación-acción es un escenario donde investigadores y docentes colaboran en conjunto para detectar un problema en el aula, crear e implementar soluciones, así como evaluar los resultados. Este proceso tiene como objetivo comprender el problema y solucionarlo, mediante la acción directa y la cooperación entre la investigación y la docencia. García et al. (2006) aseguran que los investigadores pueden analizar y comprender los conocimientos del profesor a través de la reflexión que este último hace sobre situaciones de enseñanza o su práctica docente. Lo anterior se refleja en el trabajo desarrollado por Bjuland et al. (2012), quienes utilizaron el proceso

de reflexión como una herramienta metodológica para evidenciar los conocimientos y creencias del profesor.

Por lo tanto, la práctica de reflexión es un proceso que permite pensar sobre un tema particular y desarrollar un conocimiento. En el contexto de la docencia, la práctica reflexiva lleva a los profesores a pensar sobre sus acciones y experiencias en el aula, comprender mejor su práctica de enseñanza e identificar áreas de oportunidad, aspectos que contribuyen al desarrollo de su conocimiento profesional. Por su parte, en el contexto de la investigación y de acuerdo con su propósito, puede tomarse como método cualitativo para aplicar el conocimiento generado desde la propia investigación, promover cambios y mejoras en las prácticas de enseñanza de las matemáticas y, a su vez, recabar información sobre estas para la producción de nuevo conocimiento científico.

El objetivo del presente trabajo, de alcance teórico, es documentar y analizar las principales propuestas que conciben la reflexión del profesor como un proceso metodológico —enmarcado en la investigación cualitativa— con el propósito de evidenciar su potencial para generar datos cualitativos y, al mismo, tiempo incidir en la práctica docente relacionada con la enseñanza de las matemáticas. En particular, se tiene la intención de mostrar teóricamente cómo la reflexión, a partir de diversos modelos reportados en literatura, resulta una innovación metodológica sustantiva y flexible para comprender y contribuir al desempeño del profesor.

## **Exposición metodológica**

Aunque el proceso de reflexión tiene diferentes significados dependiendo del contexto en que se utiliza y los objetivos que se buscan alcanzar con ella, en general se refiere “[al] examen activo persistente y cuidadoso de toda creencia o supuesta forma de conocimiento a la luz de los fundamentos que la sostienen y las conclusiones a las que tiende” (Dewey, 1989, p. 25). En el contexto de la formación docente, es la búsqueda de conocimiento para darle solución a una situación problemática, aunque también se da sobre mejoras en la práctica docente. Gilbert (1994) menciona lo siguiente:

La reflexión ... ocurre cuando surgen nuevas situaciones en donde el conocimiento que, en ese momento, posee un profesional ... no es apropiado para

[resolver] la situación. Se trata de reflexionar sobre el ‘conocimiento-en-acción’. La reflexión ... es un proceso en donde el ‘conocimiento-en-acción’ hasta ahora dado por sentado es críticamente analizado, reformulado y probado mediante la acción adicional. Se trata de un proceso de investigación mediante el cual el desarrollo de conocimiento profesional y la mejora de la práctica ocurren al mismo tiempo. (p. 516, Traducción propia)

En este sentido, es una práctica sobre la búsqueda de alternativas racionales y científicamente probadas que conducen a la profesionalización del docente (González, Barba et al., 2015). Asimismo, la reflexión es un medio del investigador para llevar al profesor a analizar su práctica —o la de otros— y aprender de ella. Por ejemplo, Jaworski (2006) y Schön (1987) mencionan que los profesionales, mediante la reflexión, son capaces de investigar, experimentar, innovar y dar respuestas acertadas y pertinentes ante situaciones de incertidumbre. Sin embargo, para que eso ocurra se requiere de investigadores expertos que los orienten.

La reflexión *per se* no nos da lo suficiente para que sirva como un proceso de aprendizaje. Esto no quiere decir que no reflexionemos, ... para que la reflexión diga algo sobre cómo aprenden las personas implica a otras [personas] de una u otra manera. (Lerman, 2001, p. 105, Traducción propia)

Freerse (2006) asegura que el investigador —en rol de guía— obtiene información cuando orienta al profesor para identificar y resolver problemas relacionados con su práctica docente y, de acuerdo con Ricks (2011), construir nuevo conocimiento. Por su parte, Jaworski (2006) y Mellone (2011) consideran que el investigador, a través de la reflexión, lleva al profesor a reconocer su pasado en el presente, lo que Conway (2001) llama *mirar hacia atrás*: “... es obtener cierta distancia reflexiva para comprender mejor el significado de la experiencia vivida, relacionando hacia dentro de uno y hacia el exterior” (p. 90, Traducción propia).

Para contribuir a la formación docente, la investigación centra el proceso de reflexión en situaciones y acciones problemáticas para el profesor, con la finalidad de analizarlas y darles solución (Mellone, 2011). Esta relación entre el investigador y el profesor genera un beneficio mutuo: por un lado, se contribuye

a la formación docente y, por otro, se obtiene información de una realidad educativa para comprenderla y ayudar a su solución (Sfard, 2005).

Asimismo, la formación del profesional de la educación desde la investigación y sus competencias profesionales fundamentales supone el desarrollo eficaz, complejo y enriquecedor de los procesos de interacción de la teoría con la práctica (Pérez, 2010). En ese sentido, la formación profesional de los docentes de matemáticas demanda un acercamiento a la teoría para guiar su acción en el aula. La reconstrucción del conocimiento práctico desde la investigación requiere que los docentes revisen y cuestionen las mismas ideas y prácticas que desarrollan en su actividad cotidiana al interior del aula (Pérez, 2010). De esta manera, surge la idea de reflexión crítica como estrategia para dicha reconstrucción, lo que vuelve importante que los docentes de matemáticas reflexionen sobre su práctica. Actualmente, existen investigaciones diversas que proponen modelos para llevar a cabo este proceso, los cuales se apoyan en el trabajo desarrollado por Schön (1983, 1987).

Uno de los principales autores que ha generado ideas sobre la reflexión en las últimas cuatro décadas es Donald Schön con *The Reflective Practitioner*, publicado en 1983, y *Educating the Reflecting Practitioner*, de 1987. Para este autor, cualquier profesional tiene la capacidad de reflexionar sobre sus acciones, en el transcurso o después de estas, y puede utilizarla para afrontar situaciones de su práctica profesional. Además, considera que existen tres tipos de reflexión: la reflexión en la acción, la reflexión sobre la acción y la reflexión para la práctica. Al respecto, Schön (1987) menciona que:

Podemos reflexionar sobre la acción, retomando nuestro pensamiento sobre lo que hemos hecho para descubrir cómo nuestro conocimiento en la acción puede haber contribuido a un resultado inesperado. Podemos hacer así una vez que el hecho se ha producido, ya tranquilamente, o podemos realizar una pausa en medio de la acción ... En cualquier caso, nuestra reflexión carece de una conexión directa con la acción presente. De un modo alternativo, podemos reflexionar en medio de la acción sin llegar a interrumpirla. En una acción-presente —en un período, variable según el contexto, durante el que podemos todavía marcar una diferencia con la situación que tenemos entre manos— nuestra acción de pensar sirve para reorganizar lo que estamos haciendo, mientras lo estamos haciendo. Diré que, en casos como este, estamos reflexionando-en-acción. (p. 26, Traducción propia)

Los tres tipos de reflexión están en función del tiempo en el que se presenta la acción, esto es, antes, durante o después de llevarla a cabo. Para el investigador y el profesor, las tres reflexiones implican focalizar la atención en acciones pasadas o futuras, lo cual genera una comprensión sobre situaciones vividas o por llevar a cabo. De este modo, a través de la:

- Reflexión en la acción, el investigador obtiene información sobre cómo el profesor establece la relación mediática entre el conocimiento matemático y el estudiante, cómo conduce el aprendizaje escolar y cómo responde a situaciones inesperadas durante la clase.
- Reflexión sobre la acción, el investigador indaga sobre cómo el maestro evalúa la interacción entre el conocimiento matemático escolar y el alumno, teniendo como referente los objetivos de aprendizaje esperados.
- Reflexión para la acción, el investigador recaba información respecto a cómo el docente planea la clase, cómo comprende el contenido a enseñar y cómo diseña o selecciona sus recursos de trabajo (problemas, situaciones, entre otros).

Desde esta perspectiva, el investigador lleva al profesional a pensar de manera crítica el conocimiento inmerso en su práctica; es decir, lo impulsa a que también tome un rol de investigador con la guía del experto: “se puede dar lugar a la experimentación *in situ*, donde el profesor se convierte en un ‘investigador dentro de su ... práctica’” (Schön, 1983, p. 262, Traducción propia), donde crea y prueba nuevas acciones con las cuales explora el fenómeno que se le presenta. En particular, Chapman (2008) menciona que este rol le permite al profesor indagar, analizar y cuestionar su práctica docente.

A continuación, desarrollaremos la propuesta de tres modelos de la práctica reflexiva concebidos como procesos metodológicos innovadores que el investigador cualitativo emplea en su labor: el Ciclo reflexivo de Smyth (1991), el Modelo de reflexión de Parada y Pluinage (2014), y el Modelo ALACT de Korthagen (2010). Estos modelos no solo permiten obtener información relevante para la investigación, sino que también favorecen el desarrollo del conocimiento profesional en matemáticas. La intención es destacar, a partir de la literatura, cómo la reflexión permite obtener información valiosa y, al mismo tiempo, favorecer la construcción y transformación de la práctica docente.

## Modelo ciclo reflexivo, de Smyth

Para indagar sobre las dificultades que el profesor tiene en su práctica en el salón de clases, Smyth (1991) propone el modelo *Ciclo reflexivo* integrado por cuatro etapas, las cuales, como su nombre lo indica, son cíclicas entre ellas. De acuerdo con este autor, la reflexión inicia a partir de una situación que el docente detecta como problemática, de tal forma que las cuatro fases giran en torno a ella:

- La primera etapa, definida como Descripción, consiste en llevar al profesor a describir las características de la situación problemática. Para ello, el investigador puede plantearle la siguiente pregunta: ¿cuáles son sus prácticas?, de modo que proporcione ejemplos de prácticas que reflejen regularidades, contradicciones, así como hechos relevantes e irrelevantes, incluyendo elementos de quién, qué y cuándo.
- La segunda etapa, llamada Inspiración, está centrada en llevar al docente a fundamentar la situación para emprender un proceso de autodefinition, tratando de describir las teorías y principios personales que subyacen en su forma de enfocar el problema y sentir sus dimensiones. Para esta etapa, el investigador puede orientar al profesor a través de la pregunta: ¿qué teorías expresan su práctica?, de modo que analice sus descripciones dadas en la etapa anterior para determinar relaciones entre los distintos elementos y, a partir de ello, plantee inferencias en términos de afirmaciones, por ejemplo: “parece como si...” (Smyth, 1991).
- La tercera etapa, definida como Confrontación, surge cuando el docente ha profundizado en sus concepciones y está en disposición de contrastarlas con las teorías y principios ajenos, especialmente de expertos en el campo en el que se ha planteado el problema. Para provocar y guiar la confrontación, Smyth sugiere las siguientes preguntas: ¿cuáles son las causas?, ¿supuestos, valores, creencias?, ¿de dónde proceden?, ¿qué prácticas sociales expresan?, ¿qué es lo que mantiene sus teorías?, ¿qué es lo que encierran sus teorías?, y ¿qué relación existe entre lo personal y lo social?
- La cuarta etapa, llamada Reconstrucción, inicia cuando la confrontación—dada en la etapa anterior— lleva al profesor a buscar soluciones que encajen con su práctica, por lo que diseñará un proyecto de actuación en el que tome en consideración las facetas contrastadas que le han parecido

significativas. Para esta etapa, el autor propone las siguientes preguntas que se tendría que hacer el profesor: ¿qué podría cambiar?, ¿qué podría hacer diferente?, ¿qué es lo que considera importante desde el punto de vista pedagógico?, y ¿qué es lo que tendría que hacer para introducir estos cambios?

En este contexto, el profesor reflexivo no puede, pues, conformarse con pensar sobre el problema, sino que tiene que profundizar y buscar otras explicaciones en lugares adecuados. Se trata de proyectar sus fundamentaciones sobre los aportes provenientes de la investigación o de los expertos, y de extraer lo que pueda ser útil para su propio programa de actuación.

### Modelo de reflexión, de Parada y Pluvinage

Por su parte, Parada y Pluvinage (2014) proponen el *Modelo de reflexión* para favorecer e indagar sobre el desarrollo profesional docente en matemáticas, donde la reflexión es vista como un proceso de resolución de conflictos y dudas simultáneo, que les provee al investigador y al profesor una oportunidad para revisar su actuación en el salón de clases. El modelo propicia experiencias y herramientas para reflexionar y evidenciar la práctica docente desde la investigación cualitativa. Para ello, plantea tres experiencias de reflexión que le permiten al investigador tener un acercamiento a la práctica llevada a cabo en el aula, a las dificultades que se le presentaron al profesor, a los conocimientos pedagógicos y disciplinares, así como los nuevos aprendizajes (Parada et al., 2011). Estas experiencias son:

- a) Primera experiencia de reflexión. Esta le permite al investigador identificar cómo el profesor reflexiona habitualmente sobre la actividad matemática que promueve en el salón de clase; esto es, cómo planea la clase, cómo comprende el tema a enseñar (Parada et al., 2009) y cómo diseña y selecciona los recursos que implementará en la clase.
- b) Segunda experiencia de reflexión sobre la acción mediante herramientas de análisis. En esta etapa, el investigador da a conocer al maestro los resultados del análisis de la primera experiencia, como herramientas para la reflexión. El objetivo, más que mostrar el modelo y las herramientas como

una única forma de reflexionar, es coadyuvar en la construcción de un modelo que favorezca la reflexión objetiva de los profesores de matemáticas.

- c) Nueva experiencia para la reflexión. En esta etapa, el investigador obtiene información sobre cómo el maestro se apropia del proceso realizado y de las herramientas utilizadas para reflexionar sobre su quehacer docente. Para ello, el investigador le propone al profesor planear nuevamente una clase, llevarla a cabo y, por último, escribir sus reflexiones personales sobre lo que ha hecho. Esta última actividad se divide en tres partes: planeación individual, desarrollo de la clase y reflexión sobre la acción de lo planeado y lo logrado en la nueva experiencia.

Para generar esas experiencias, la propuesta de Parada y Pluinage (2014) y Parada et al. (2009) involucra cuatro elementos:

- “Actividad matemática”, entendida como un proceso del pensamiento humano que construye conceptos para resolver problemas y, también, para generar nuevos problemas.
- “Procesos de reflexión”, caracterizados como antes, durante y después de la actividad matemática que se desarrolla en la clase:
  - La reflexión para la acción surge en la interacción entre la matemática escolar y el profesor cuando este planifica o analiza la actividad matemática que desarrollará en el aula.
  - La reflexión en la acción surge cuando el profesor establece, durante la clase, la relación mediática entre el conocimiento y el estudiante.
  - La reflexión sobre la acción surge cuando el profesor evalúa los conocimientos logrados por el estudiante, en función de los objetivos esperados.
- “Aspectos para la reflexión”, entendidos como los elementos en los que el profesor debe centrarse para reflexionar (pensamiento matemático, pensamiento didáctico, uso y selección de instrumentos y uso del lenguaje matemático).
- “Herramientas para la reflexión”, entendidas como mecanismos que permiten al profesor analizar sus prácticas profesionales (rutas cognitivas, estudios comparativos, eventos de la clase, entre otros).

## Modelo ALACT, de Korthagen

Para estudiar la acción del profesor a través de la reflexión, Korthagen (2010) propone el modelo ALACT, centrado en la acción docente y el análisis de esta para que el profesor tome responsabilidad e implemente nuevas acciones en el salón de clases. Para ello, el modelo también funciona de manera cíclica e incluye cinco etapas: acción llevada a cabo, revisión de esa acción, toma de consciencia, métodos alternos de solución e implementación de la nueva acción.

El modelo de Korthagen (2010), de acuerdo con sus etapas de recolección de datos, muestra que el investigador tiene diferentes participaciones para indagar en la práctica docente:

- La fase uno, “Acción y práctica docente”, hace referencia a observar la acción implementada por el profesor en un contexto natural, como lo es el salón de clases. Para ello, se puede acudir el uso de la videograbación, donde el investigador adquiere el rol de no participante.
- La fase dos, “Revisar la acción”, consiste en reflexionar sobre el actuar del profesor e identificar aspectos relevantes de su práctica, principalmente, relacionados con problemas que surgen durante el desarrollo de las clases. Esta fase incluye el análisis de las videograbaciones generadas en la fase anterior.
- La fase tres, “Métodos alternativos”, consiste en llevar al profesor a tomar consciencia de los problemas identificados en la fase dos, buscando que integre teoría a partir de su propia práctica y así mejore en el futuro. Para el desarrollo de esta etapa, Saz et al. (2023) sugieren el uso de preguntas por parte del investigador para orientar la reflexión sobre las acciones realizadas, con la intención de que el profesor tome consciencia de ellas.
- La fase cuatro, “Toma de consciencia”, se trata de diseñar métodos alternativos de solución, con base en conocimientos y habilidades que adquirió el docente en la fase anterior. En términos de González, Atienza et al. (2015), se planifican acciones para dar respuesta a las observadas en clases.
- La fase cinco se refiere a la implementación de nuevas acciones de acuerdo con lo planeado en la etapa anterior; esto es, introducir mejoras y experimentar nuevas acciones y soluciones.

## Implementación de los modelos de reflexión

En la investigación cualitativa, los tres modelos de reflexión antes expuestos pueden aplicarse para el desarrollo del conocimiento del profesor; en otros términos, son un mecanismo del investigador para centrarse en las prácticas docentes y reconstruir el conocimiento profesional, de modo que dé cuenta de ellas. Para evidenciar cómo se desarrollan estos modelos encaminados a promover el conocimiento profesional del docente de matemáticas y mostrar el rol de investigador cualitativo, se plantea un ejemplo hipotético en la enseñanza de las ecuaciones en nivel secundaria. El propósito de plantear un ejemplo hipotético con los tres modelos es mostrar la funcionalidad de ambos modelos en el mismo contexto de la enseñanza de las matemáticas, en este caso, con el tema de ecuaciones. En este tenor, para tener un alcance sobre la práctica del profesor que enseña ecuaciones, cada ciclo reflexivo podría desarrollarse de la siguiente manera.

### Modelo de reflexión de Parada y Pluvinage

A continuación, se pone de manifiesto la lógica de desarrollo de este modelo de reflexión propuesto por Parada y Pluvinage, con el ejemplo de un profesor que busca llevar a sus estudiantes a comprender las ecuaciones.

**Primera experiencia de reflexión.** Esta fase inicia cuando el investigador indaga sobre cómo el docente promueve la actividad matemática en el salón de clase y sobre cómo comprende el tema a enseñar. Por ejemplo, el investigador pregunta al docente las formas en las que introduce el tema de ecuaciones, los ejemplos concretos que desarrollará en la clase y la manera en la que concluirá esa primera sesión. Esto permitiría que el docente ponga de manifiesto su pensamiento matemático y didáctico. También es posible que el investigador recupere la información de estos aspectos videograbando la clase del docente.

**Reflexión sobre la acción mediante herramientas de análisis.** Esta fase inicia cuando el investigador da a conocer al docente los resultados del análisis de la primera experiencia de reflexión. Por ejemplo, el investigador puede evidenciar las diferencias entre las formas de abordar expresiones como:  $ax + b = cx + d$  y  $ax + b = c$ , además de la implicación del significado del signo igual en ambas ecuaciones y los requerimientos que precisan los estudiantes para poder abordarlas. Con este análisis por parte del investigador y el diálogo con el docente se pretende iniciar la reflexión objetiva. En esta fase, el investigador

utiliza herramientas que permitan al docente pensar sobre lo que ha desarrollado en clase considerando el análisis desarrollado. Como ejemplo, se pueden usar preguntas de reflexión.

**Nueva experiencia para la reflexión del caso de estudio.** En esta fase, el investigador obtiene información sobre cómo el docente reflexionó acerca de su práctica, teniendo como evidencia el desarrollo de una nueva clase. Por ejemplo, el docente puede proponer una nueva lógica de actividades sobre las ecuaciones y hacer modificaciones en los ejemplos que proporciona. Asimismo, puede incorporar cambios en su discurso y procedimientos, ya que generalmente la resolución de ecuaciones se realiza de forma mecánica.

## Indagación de la práctica docente, desde el modelo de Smyth

**Fase de descripción.** Esta fase inicia con la detección de una problemática en el aula por parte del docente. Por ejemplo, el profesor se da cuenta que algunos de sus alumnos de secundaria resuelven correctamente las ecuaciones de la forma  $ax + b = c$ , pero no pueden resolver ecuaciones de la forma  $ax + b = cx + d$ . Un caso particular de la situación anterior sería que los estudiantes puedan resolver la ecuación  $2x + 6 = 10$ , pero no la siguiente:  $3x + 6 = 10 + x$ .

**Fase de inspiración.** Esta fase inicia con el planteamiento de conjeturas por parte del docente que expliquen la problemática detectada. Por ejemplo, el investigador debe orientar al profesor a considerar que la solución de ecuaciones en el contexto escolar tiene un proceso de resolución basado en la aplicación de un procedimiento gradual. Entonces, el docente podría conjeturar que para la expresión  $ax + b = cx + d$ , los estudiantes tienen que trasponer términos semejantes y despejar incógnitas, y que, si el estudiante logra hacer esto, entonces puede resolver cualquier ecuación.

**Fase de confrontación.** Esta fase demanda el desarrollo en el profesor y evidenciar un conocimiento basado en la teoría. Por ejemplo, el investigador debe orientar y apoyar al docente en la documentación sobre las interpretaciones del signo igual, sustentadas en algunos autores que investigan sobre la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Entonces, el docente podría reflexionar o darse cuenta de que los significados del signo igual en ecuaciones de la forma  $ax + b = c$  y  $ax + b = cx + d$  son diferentes. En el caso de las ecuaciones de la forma  $ax + b = c$ , el significado del signo igual es de “resultado”,

ya que *a priori* es posible pensar en un valor para  $x$  de manera que se cumpla la ecuación:

$$2x + 6 = 10$$

$$2x = 10 - 6$$

$$2x = 4$$

$$x = 2$$

En el segundo caso, el significado del signo igual es de “equivalencia”, por lo que los estudiantes tendrían que transponer los términos semejantes y simplificar; es decir, se requieren acciones en ambas partes de la ecuación:

$$3x + 6 = 10 + x$$

$$3x - x = 10 - 6$$

$$2x = 4$$

$$x = 2$$

De esta manera, el docente advierte que las ecuaciones del tipo  $ax + b = c$  pueden interpretarse como expresiones aritméticas, ya que se busca el valor de la variable ( $x$ ) para que la operación  $ax + b$  dé como resultado  $c$ . Así, se puede resolver la expresión  $2x + 6 = 10$  a partir de encontrar un número que multiplicado por 2 y que al sumarle 6 nos proporcione el valor 10. Sin embargo, la ecuación  $ax + b = cx + d$  exige manipular la variable para su resolución, lo que implica una mayor complejidad para los estudiantes.

**Fase de reconstrucción.** En esta fase, el profesor usa el conocimiento nuevo para enfrentar la problemática identificada con la finalidad de resolverla. Por ejemplo, el docente puede plantearse utilizar diversos modelos sobre los significados del signo igual para resolver ecuaciones. Esto implicaría alejarse de la limitación de proponer únicamente una solución algorítmica.

## Indagación de la práctica docente, desde el modelo de Korthagen

Diversos investigadores han implementado el modelo de ciclo reflexivo de Korthagen (2010) como un medio para obtener información de la realidad escolar, evidenciar el tipo de enseñanza que llevan a cabo los futuros profesores

y mostrar cómo, desde la investigación, se puede incidir en su práctica para mejorar la educación escolar. A continuación, se ejemplifica cómo se puede utilizar.

**Fase uno: Acción y práctica docente.** En esta se observa la clase del docente mientras enseña un contenido matemático. Por ejemplo, el investigador realiza las observaciones de las clases relacionadas con las ecuaciones de las formas  $ax + b = c$  y  $ax + b = cx + d$ , así como de la manera en la que el docente las desarrolla y presenta a los estudiantes en el aula. El investigador toma nota del número de sesiones implicadas, la duración de cada una y realiza videograbaciones de lo que acontece en cada una de las clases. De este modo, su rol es de observador no participante.

En una investigación realizada por Arceo (2019), se evidencia la implementación de este modelo en donde el docente lleva a cabo la reflexión sobre su conocimiento relacionado con la suma, y donde el investigador adquiere los roles de observador, entrevistador y guía. En esta investigación, se hicieron observaciones de varios profesores enseñando el algoritmo de la suma, de acuerdo con la planeación didáctica de cada uno de los participantes. Aunque el número de sesiones observadas fue variado, cada una tuvo una duración promedio de dos horas. En esta fase, el investigador estuvo como observador no participante, acompañado de una grabadora de audio y una cámara de video, para recolectar lo que acontecía en dichas sesiones de clases.

**Fase dos: Revisar la acción.** En esta fase, se analizan las acciones videograbadas del docente. Por ejemplo, el investigador y el profesor analizan las videograbaciones de las sesiones sobre ecuaciones, con la finalidad de que el docente, al verse a sí mismo en acción, reflexione sobre su actuar. Para lo previo, el investigador tiene que guiar el análisis a través de algún instrumento que permita focalizarse en los aspectos más relevantes de la práctica del docente. Aquí, a su vez, entrará el análisis sobre el contenido de ecuaciones, el uso del signo igual en ellas y cómo sus significados influyen en el aprendizaje de los estudiantes, todo con la finalidad de que el docente integre la teoría en su práctica.

En el estudio realizado por Arceo (2019), el investigador seleccionó las videograbaciones con eventos significativos que muestran errores, omisiones o imprecisiones en la didáctica o en el contenido de la adición, de modo que lo observado le permitiera discutir con el profesor acerca de su práctica y así transformar su acción profesional. Luego de hacer esa selección, el investigador implementó una guía de entrevista centrada en promover la reflexión, a

través del diálogo entre el entrevistador y el entrevistado —es decir, el docente—, sobre las dificultades presentadas en el salón de clases.

**Fases tres y cuatro: Métodos alternativos y Toma de consciencia, respectivamente.** En la fase de métodos alternativos se confeccionan rutas de solución que permitan atender las observaciones hechas en la fase de revisión de la acción. Por ejemplo, el docente puede plantearse utilizar en sus clases diversos modelos sobre los significados del signo igual para resolver ecuaciones. Por otro lado, la fase de toma de consciencia supone implementar dichos métodos alternativos para introducir mejoras en su práctica docentes.

En el trabajo de Arceo (2019), las fases tres y cuatro se desarrollaron simultáneamente; en ese sentido, la propuesta de métodos alternativos y su ejecución en el aula no tienen que ser consecutivas. En dicha investigación, para la fase de Métodos alternativos, el investigador buscó que el profesor reflexionara sobre los aspectos identificados en la fase dos. Para ello, la guía de entrevista también incluyó preguntas en torno a las concepciones que el formador tiene sobre su conocimiento pedagógico para la enseñanza de la suma. Finalmente, para la fase de Toma de consciencia, el investigador incluyó preguntas en la guía de entrevista acerca de los cambios que el docente podría llevar a cabo en su práctica posterior, esperando que comentara posibles decisiones para discutir las y, así, reconstruir conocimiento tácito para la acción futura.

## **Discusión: la reflexión en el marco de la investigación-acción**

Los tres modelos y la lógica descritos con anterioridad suponen un escenario para recolectar las formas en que el docente percibe su realidad en el aula, donde interactúan sus conocimientos y creencias. Lo que discutimos en esta sección es la pertinencia de considerar la práctica reflexiva como un medio para la obtención de información en el marco de la investigación-acción. En este sentido, dicha investigación combina, valga la redundancia, la acción y la reflexión con la intención de mejorar las prácticas educativas a través de la información que proporcionan ambas actividades (Cohen et al., 2007), en las que el investigador interactúa con el profesor. Por ejemplo, Lewin et al. (1992) plantean que la investigación-acción tiene el propósito, por un lado, de generar cambios en una institución u organización y, por otro, de producir conocimiento y comprensión científica.

Es necesario mencionar que la reflexión se considera en el marco de la metodología cualitativa, permitiéndole al investigador tener un acercamiento directo a la práctica docente, al observar y escuchar al profesor sobre su práctica y contribuir a su formación profesional. En esta metodología, como en otros tipos de investigación, existen técnicas e instrumentos de recolección de datos; es decir, medios para obtener y analizar información de diferentes fuentes. Por ejemplo, en el caso de la investigación cualitativa, algunas técnicas de recolección de datos serían la entrevista y el grupo focal, así como la observación participante o no participante (Vasilachis, 2006). Esta última se puede apoyar con la videograbación, ya que proporciona “una presentación objetiva de las interacciones y los eventos de la clase... El video también puede ser un instrumento útil para hacer frente a las inconsistencias y contradicciones en la enseñanza de un profesor” (Freese, 2006, p. 116, Traducción propia). En este caso, la observación de la práctica docente mediante modelos de reflexión permitió acceder a lo que ocurre en el salón de clases y ser objeto de discusión con el profesor (Stake, 1999).

Además, para la reflexión, se puede utilizar uno o varios instrumentos de recolección de datos. Estos instrumentos registran la información sobre los elementos o variables presentes en el planteamiento del problema. La elección de las técnicas e instrumentos a utilizar por el investigador tiene un papel esencial en el alcance de los objetivos de investigación, así como en la respuesta a la pregunta planteada.

Asimismo, la reflexión puede apoyarse en los estudios de caso para dar cuenta de la realidad de la práctica docente, mostrando ejemplos. En este contexto, los estudios de caso son un referente para el profesor y la investigación a través de la reflexión, pues le ofrecen la posibilidad al profesor de mostrar ejemplos únicos de su práctica docente, los cuales podrían dar cuenta de una realidad general (Stake, 1999). Se coincide con Cohen et al. (2007) en que el estudio de caso permite observar y describir contextos reales donde los eventos registrados hablan por sí solos.

## Conclusiones

El profesor de matemáticas es una pieza fundamental para lograr en los estudiantes oportunidades de aprendizaje, por lo que se reconoce su formación y

su papel en la calidad de la educación; sin embargo, la investigación requiere de propuestas metodológicas que impacten de manera directa en el profesor y, a su vez, incidan en el aula. Desde esta perspectiva, la reflexión sustentada en el campo de la ciencia es un innovador método sostenible para indagar problemas relacionados con el conocimiento matemático y didáctico del profesor, sobre su uso de las tecnologías en el aula, la forma en la que adquiere tales conocimientos, así como sus creencias, emociones y actitudes; además, le permite al investigador tener como objeto de estudio problemáticas de la formación docente y hacer trabajo directo con el profesor para evidenciarlas y promover mejoras.

Este tipo de reflexión requiere de investigadores expertos en metodologías cualitativas enfocadas en la acción directa con los sujetos de estudio, como lo es la investigación-acción o los grupos focales, entre otros. También se requiere que los investigadores tengan un amplio dominio pedagógico y disciplinar en la didáctica de las matemáticas, que los oriente a profundizar y contribuir a la formación y desarrollo profesional del docente.

En resumen, desde una perspectiva investigativa, la reflexión como método innovador recopila información acerca de los conocimientos y prácticas del docente de matemáticas a través de la:

- Identificación de experiencias de los participantes.
- Identificación de acciones que limitan las prácticas educativas eficientes de los participantes.
- Sistematización de la información a partir de los ciclos de reflexión según el modelo utilizado.

En las rutas de aplicación de los tres modelos de reflexión se evidencia su carácter como proceso metodológico, utilizado tanto para favorecer la formación docente, como para propiciar la recolección de datos con fines de investigación. En este sentido, la reflexión no se reduce a una técnica de obtención de datos, sino que se configura como un recurso metodológico innovador que articula la producción de conocimiento y la transformación de la práctica. Lo anterior coincide con Muñoz et al. (2002), acerca de que la investigación cualitativa y la reflexión, en conjunto, "... ayuda[n] a reconocer el significado de la profesión educativa, a transformar la propia práctica y a estrechar la coherencia entre el pensamiento y la acción del educador. La investigación y

la práctica educativa se enriquecen mutuamente” (p. 13). Sin embargo, cabe señalar que, en la mayoría de las investigaciones, su empleo se ha limitado a un marco teórico, lo que abre la posibilidad de profundizar en su potencial como herramienta metodológica cualitativa dentro de la Matemática Educativa.

## Referencias

- Adler, J., Ball, D., Krainer, K., Lin, F.-L. y Novotna, J. (2005). Reflections on an emerging field: Researching mathematics teacher education. *Educational Studies in Mathematics*, 60, 359-381. <https://doi.org/10.1007/s10649-005-5072-6>
- Álvarez, J. L. (2003). *Cómo hacer investigación cualitativa. Fundamentos y metodología*. Paidós.
- Arceo, A. R. (2019). *Reflexión del formador de profesores acerca de su conocimiento pedagógico inmerso al enseñar la adición* [Tesis de maestría, Universidad Autónoma de Aguascalientes]. Repositorio bibliográfico institucional. <http://bdigital.dgse.uaa.mx:8080/xmlui/bitstream/handle/11317/1790/438855.pdf?sequence=1&isAllowed=y>
- Ávila, A. (2013). Sobre pasado, presente y futuro de la investigación en educación matemática en México. En A. Ávila, A. Carrasco Altamirano, A. A. Gómez Galindo, M. T. Guerra Ramos, G. López Bonilla y J. L. Ramírez Romero (Eds.), *Una década de investigación educativa en conocimientos disciplinares en México, 2002-2011: Matemáticas, Ciencias Naturales, Lenguaje y Lenguas extranjeras* (pp. 111-126). Asociación Nacional de Universidades e Instituciones de Educación Superior.
- Bjuland, R., Cestari, M. L. y Borgersen, H. E. (2012). Professional mathematics teacher identity: Analysis of reflective narratives from discourses and activities. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 15, 405-424. <https://doi.org/10.1007/s10857-012-9216-1>
- Ceballos, A. E. (2009). La investigación en la formación docente: Breve revisión de la literatura. *Educación y Ciencia*, 1(36), 21-26. <http://educacionyciencia.org/index.php/educacionyciencia/article/view/237>
- Chapman, O. (2008). Imagination as a tool in mathematics teacher education. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 11, 83-88. <https://link.springer.com/article/10.1007/s10857-008-9074-z>

- Cohen, L., Manion, L. y Morrison, K. (2007). *Research methods in education*. Routledge.
- Conway, P. F. (2001). Anticipatory reflection while learning to teach: From a temporally truncated to a temporally distributed model of reflection in teacher education. *Teaching and Teacher Education*, 17(1), 89-106. [https://doi.org/10.1016/S0742-051X\(00\)00040-8](https://doi.org/10.1016/S0742-051X(00)00040-8)
- Da Ponte, J. P. y Chapman, O. (2016). Prospective mathematics teachers' learning and knowledge for teaching. En L. D. English y D. Kirshner (Eds.), *Handbook of international research in mathematics* (pp. 275-296). Roudledge.
- Dewey, J. (1989). *Cómo pensamos: nueva exposición de la relación entre pensamiento y proceso educativo*. Paidós.
- Freese, A. R. (2006). Reframing one's teaching: Discovering our teacher selves through reflection and inquiry. *Teaching and Teacher Education*, 22(1), 100-119. <https://doi.org/10.1016/j.tate.2005.07.003>
- García, M., Sánchez, V. y Escudero, I. (2006). Learning through reflection in mathematics teacher education. *Educational Studies in Mathematics*, 64, 1-17. <https://doi.org/10.1007/s10649-006-9021-9>
- Gilbert, J. (1994). The construction and reconstruction of the concept of the reflective practitioner in the discourses of teacher professional development. *International Journal of Science Education*, 16(5), 511-522. <https://doi.org/10.1080/0950069940160503>
- Godino, J. D., Giacomone, B., Batanero, C. y Font, V. (2018). Enfoque ontosemiótico de los conocimientos y competencias del profesor de matemáticas. *Bolema*, 31(57), 90-113. <http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v31n57a05>
- González, G., Barba, J. J. y Rodríguez, H. (2015). La importancia del aprendizaje reflexivo en el prácticum de magisterio: una revisión de la literatura. *Revista de Docencia Universitaria*, 13(3), 147-170. <https://doi.org/10.4995/redu.2015.5424>
- González, V., Atienza, E. y Pujolà, J. T. (2015). La manifestación discursiva de la reflexión. *Revista de Estudos em Didática de Línguas da Universidade do Porto*, 6, 29-44. <https://ojs.letras.up.pt/index.php/LinguarumArena/article/view/1286>
- Imbernón, F. (Ed.). (2007). *La investigación educativa como herramienta de formación del profesorado. Reflexión y experiencias de investigación educativa*. Grao.

- Jaworski, B. (2006). Theory and practice in mathematics teaching development: Critical inquiry as a mode of learning in teaching. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 9, 187-211. <https://doi.org/10.1007/s10857-005-1223-z>
- Korthagen, F. A. (2010). La práctica, la teoría y la persona en la formación del profesorado. *Revista Interuniversitaria de Formación del Profesorado*, 24(2), 83-101. [www.redalyc.org/pdf/274/27419198005.pdf](http://www.redalyc.org/pdf/274/27419198005.pdf)
- Lerman, S. (2001). Cultural discursive psychology: a sociocultural approach to studying the teaching and learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 46, 87-113. <https://doi.org/10.1023/A:1014031004832>
- Lewin, K., Tax, S., Stavenhagen, R., Borda, O. F., Zamosc, L., Kemmis, S. y Rahman, A. (1992). *La investigación-acción participativa. Inicios y desarrollo*. Laboratorio Educativo.
- Llinares, S. (2018). La formación del docente de matemáticas. Realidad y desafíos. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, 13(17), 55-61. <https://revistas.ucr.ac.cr/index.php/cifem/article/view/34363>
- Mellone, M. (2011). The influence of theoretical tools on teachers' orientation to notice and classroom practice: A case study. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 14, 269-284. <https://doi.org/10.1007/s10857-011-9176-x>
- Miles, M., Huberman, A. y Saldaña, J. (2014). *Qualitative data analysis: A methods sourcebook*. Sage.
- Muñoz, J. F., Quintero, J. y Munévar, R. A. (2002). Experiencias en investigación-acción-reflexión con educadores en proceso de formación. *Revista Electrónica de Investigación Educativa*, 4 (1), 1-15. <http://redie.uabc.mx/vol4no1/contenido-munevar.html>
- Parada, S. E. y Pluvinage, F. (2014). Reflexiones de profesores de matemáticas sobre aspectos relacionados con su pensamiento didáctico. *Revista Latinoamericana de Matemática Educativa*, 17(1), 83-113. <https://doi.org/10.12802/relime.13.1714>
- Parada, S. E., Figueras, O. y Pluvinage, F. (2009). Hacia un modelo de reflexión de la práctica profesional del profesor de matemáticas. En M. J. González, M. T. González y J. Murillo (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIII* (pp. 355-366). Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática.
- Parada, S. E., Figueras, O. y Pluvinage, F. (2011). Un modelo para ayudar a los profesores a reflexionar sobre la actividad matemática que promueve en

- sus clases. *Revista Educación y Pedagogía*, 23(59), 85-102. <https://revistas.udea.edu.co/index.php/revistaeyp/article/view/8695>
- Pérez, A. I. (2010). Aprender a educar. Nuevos desafíos para la formación de docentes. *Revista Interuniversitaria de Formación del Profesorado*, 24(2), 37-60. <https://www.redalyc.org/pdf/274/27419198003.pdf>
- Ricks, T. E. (2011). Process reflection during Japanese lesson study experiences by prospective secondary mathematics teachers. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 14, 251-267. <https://doi.org/10.1007/s10857-010-9155-7>
- Roig, G. (2009). Conceptualización de la comunidad de práctica en investigación acción. En A. Rivera, G. Roig, J. Hernández, M. Bravo, y P. P. Collazo (Eds.), *Memorias de las comunidades de práctica en investigación acción de Alacima* (pp. 6-8). Universidad de Puerto Rico.
- Saz, A., Monné, A. y Larraz, V. (2023). La formación de maestros basada en la práctica reflexiva. En M. E. Avelar, M. R. Carranza, y M. C. Delgado (Coords.), *Reflexiones y experiencias innovadoras de educación en el nivel medio y superior en la modalidad virtual* (pp. 165-179). Dykinson.
- Schoenfeld, A. (2008). Research methods in (mathematics) education. En L. D. English (Ed.). *Handbook of international research in mathematics education* (pp. 467-519). Routledge.
- Schön, D. A. (1983). *The reflective practitioner. How professionals think in action*. Basic Books.
- Schön, D. A. (1987). *Educating the reflective practitioner*. Jossey-Bass.
- Sfard, A. (2005). What could be more practical than good research? On mutual relations between research and practice of mathematics education. *Educational Studies in Mathematics*, 58(3), 393-413. <https://doi.org/10.1007/s10649-005-4818-5>
- Smyth, J. (1991). Una pedagogía crítica de la práctica en el aula. *Revista de Educación*, (294), 275-300. <https://www.educacionfpydeportes.gob.es/revista-de-educacion/numeros-revista-educacion/numeros-anteriores/1991/re294/re294-14.html>
- Stake, R. (1999). *Investigación con estudio de casos*. Morata.
- Vasilachis, I. (2006). *Estrategias de investigación cualitativa*. Gedisa.